668. 円，球ノ幾何

松村　宗治（台北大）

(I) 吾々ハ今平面上ノ円ノ幾何ヲ考ヘルコトニシテミ(セ)

ナル円ガ $\mathfrak{X}$ 曲線ヲ包絡スル場合ニハ t ナル Parameter ハ $\mathfrak{X}$ 曲線ノ孤ノ長サヲ表スコトニナリ

$$(1) \quad \eta = \cos\alpha \cdot \xi + \sin\alpha \cdot \xi'$$

ナル η ハ $\mathfrak{X}$ 曲線ト α ナル角ヲナス円ヲ表スコトハ Abh. aus dem Math. Seminar der Hamb. Univ. IV, S. 132 ニ於ケル Thomsen ノ論文ヨリ明デアル。然ルニ余ガ台大紀要第五巻 P. 58 デノベシヤウニ平面曲線ノ Deviation ヲ φ トセバ

$$(2) \quad \tan\varphi = \frac{1}{3}\,\frac{d\rho}{dt}$$

トナル。$\alpha = \varphi$ トシテ (2) ヲ (1) ニ併セテ考ヘルトキハ (1) ハ次ノ様ニナル。

$$(3) \quad \eta = \left\{\frac{d\rho}{dt} : \sqrt{9+\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2}\right\}\xi + \left\{3 : \sqrt{9+\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2}\right\}\xi'$$

ツマリ $\xi(t)$ ナル円ノ包絡線 $\mathfrak{X}$ 上ノ点ヲ通リ $\mathfrak{X}$ 曲線上ノ考フル点ニ於テソレヨリ其ノ擬似法線ヲ切線トスル円 η ノ方程式ガ (3) デ與ヘラレルコトニナル。

η, $\mathfrak{X}$, ξ, t ノ意味ハ上記 Thomsen ノ論文ニアリ、ρ ハ ξ ナル円ノ曲率半径デアル。

(1) ナル円ヲバ吾々ハ K-Affinnormal ト呼ブコトニシコレガツネニ同一ノ点 $\mathfrak{p}$ ヲ通過スルナラバ

$$(4) \quad 0 = (\mathfrak{p}\eta) = \left\{\frac{d\rho}{dt} : \sqrt{9+\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2}\right\}(\xi\mathfrak{p}) + \left\{3 : \sqrt{9+\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2}\right\}(\xi\mathfrak{p})$$

即チ

$$(5)\qquad \frac{d\rho}{dt}(\xi\wp)+3(\xi'\wp)=0$$

ヲ得。(5)ハ $\mathfrak{K}$ ガ K-Mittelpunktkegelschnitt ナル條件ニシテ $\wp$ ハ其ノ K-Mittelpunkt デアル。コヽニ吾々ハ

$$q+\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 \neq 0$$

デアルトスル。

$\mathfrak{K}$ ノ(1)ナル K-Affinnormalen ノ包絡線ハ $\mathfrak{K}$ ノ K-Affinevolute ト稱スベキモノデアル。

(2)ト(5)ヨリ

$$(6)\qquad \tan\varphi=-\frac{(\xi'\wp)}{(\xi\wp)}$$

トナル、コレガ φ ヲ與フル一ツノ公式デアル。サテ今 ρ ガ円デアッテ (1)ニ於ケル η ニ垂直ナラバ

$$(\rho\eta)=0$$

デアリ此ノ式ヨリ

$$(7)\qquad \frac{d\rho}{dt}(\rho\xi)+3(\rho\xi')=0$$

ヲ得。コヽニ

$$(8)\qquad q+\left(\frac{d\rho}{dt}\right)\neq 0$$

デアル。

(7)ヨリマタ φ ヲ與フル次ノ關係ヲ得.

$$(9)\qquad \tan\varphi = -\frac{(\rho\xi')}{(\rho\xi)}$$

従ッテ (6), (9) ヨリ $\mathfrak{x}$ ガ K-Mittelpunktkegelschnitt ノ場合ニハ

$$(10)\qquad \frac{(\xi'\mathfrak{p})}{(\xi\mathfrak{p})} = \frac{(\xi'\rho)}{(\xi\rho)}$$

ガ成立ス、コヽニ $\mathfrak{p}$ ハ其ノ Mittelpunkt デアル。而シテ ξ ハ $\mathfrak{x}$ ヲ包絡スル所ノ円デアリ、円 ρ ハ $\mathfrak{x}$ 上ノ考フル点ニテソレヘノ切線ガ Affinnormal ニ垂直デアル如キモノデアル。

尚、質点ガ $\mathfrak{x}(t)$ ニソヒテ運動セル場合 T ヲ時間, v ヲ速度トセバ

$$v = \frac{1}{3\tan\varphi}\,\frac{d\rho}{dT} = -\frac{(\rho\xi)}{3(\rho\xi')}\,\frac{d\rho}{dT},$$

$$(11)\qquad N = \frac{1}{9\rho\tan^2\varphi}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)^2 = \frac{(\rho\xi)^2}{9\rho(\rho\xi')^2}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)^2$$

コヽニ N ハ Routh: Dynamics of a Particle, Cambrige, 1898, P. 12 ニアルモノヲ採用シタ。

(2) ノ代リニ台大紀要第十巻第三十四頁ニノベシ

$$(12)\qquad \tan\varphi = \frac{1}{3}\,\frac{d\rho}{dt} - \frac{\rho}{c}$$

ヲ考ヘテソレニ相当シタ円 η ヲ (3) ノ代リニ求メ得ベシ。

以上 (3) ニ於ケル根号ノ前ハ土ヲオクモノトスル其他モ同様デアル。

(II) 今，吾々ハ

$$
(1)\quad \begin{cases} \zeta = \xi \cos\alpha - \xi' \sin\alpha, \\ \bar{\zeta} = \xi \sin\alpha + \xi' \cos\alpha \end{cases}
$$

ヲ考ヘルトキハ (1) ハ下ノ様ニナル。

$$
(2)\quad \begin{cases} \zeta \cos\alpha + \bar{\zeta} \sin\alpha = \xi, \\ -\zeta \sin\alpha + \bar{\zeta} \cos\alpha = \xi' \end{cases}
$$

コヽニ吾々ハ $\xi(t)$ ナル R_2 内ノ円ヲ考ヘ其ノ包絡線ヲ $\mathfrak{x}(t)$ トセバ円 ζ ハ $\mathfrak{x}(t)$ ナル曲線ト α ナル角ヲナシ円 $\bar{\zeta}$ ハ ζ ニ垂直ニナル。

コヽニ $\xi' = \dfrac{d\xi}{dt}$ デアル。

此ノ事ヨリ (3) ニノベシ η ニ垂直ナル円 ρ ノ式ハ容易ニ下ノ様ニ求マル。

$$
\rho = \left\{ 3 : \sqrt{9 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2} \right\} \xi - \left\{ \frac{d\rho}{dt} : \sqrt{9 + \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2} \right\} \xi'
$$